学習単元

重要 問題のみ

3年生 3章 二次方程式

テスト対策 1

目標

1. 解と係数の関係 を 理解しよう！

2. いろいろな形式の問題のポイントをおさえよう！

3 二次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が２と７であるとき、a，b の値をそれぞれ求めなさい。

5 x の二次方程式 $x^2+ax-4=0$ の左辺が因数分解でき、２つの解がともに整数となるような a の値の個数を求めなさい。

6 ２つの続いた正の整数があり、それぞれを２乗した数の和は 145 である。小さいほうの数を x として、２つの正の整数を求めなさい。

7 ある正の数 x に６を加えて２倍するところを、まちがえて６をひいて２乗したため、計算の結果が 25 小さくなった。このとき、ある正の数 x を求めなさい。

10 図のように、１から 40 までの自然数が並んでいる。nはこの図の□で示した部分にある自然数で、nの右隣の数とnのすぐ下の数との積が、nを２４倍した数より６０小さくなる。このとき、自然数nを求めなさい。

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40

3 二次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が 2 と 7 であるとき、a，b の値をそれぞれ求めなさい。

- 問題文 —— より，
  $x^2+ax+b=0$ は
  $(x-2)(x-7)=0$
  と表すことができる。
- 展開して
  $x^2-9x+14=0$
- $x^2+ax+b=0$
  と係数比較して
  $a=-9,\ b=14$ //

これを理解すると，
$a=-(2+7)=-9$
$b=2\times7=14$ で即答。

Point

「解が α, β」

$(x-\alpha)(x-\beta)=0$
と因数分解した等式で表すことができる！

Point

「解と係数の関係」

上の式の展開式
$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$ と
$x^2+ax+b=0$ で
$a=-(\alpha+\beta)$、$b=\alpha\beta$

5 x の二次方程式 $x^2+ax-4=0$ の左辺が因数分解でき、2 つの解がともに整数となるような a の値の個数を求めなさい。

- ① より かけて「-4」となる
  2つの整数は $1, -4$
  $-1, 4$
  $2, -2$
  の3通り。
- 因数分解の式は
  - $(x-1)(x+4)=0$
    $x^2\boxed{+3}x-4=0 \rightarrow a=3$
  - $(x+1)(x-4)=0$
    $x^2\boxed{-3}x-4=0 \rightarrow a=-3$
  - $(x-2)(x+2)=0$
    $x^2\boxed{}-4=0 \rightarrow a=0$

以上より a の値の個数は 3個 //

重要

本質がわかっている人は〇通りがそのまま答だとわかる！

6 ① 2つの続いた正の整数があり、② それぞれを2乗した数の和は145である。③ 小さいほうの数をxとして、2つの正の整数を求めなさい。

◎ ①, ③より　x, $x+1$ と表せる。

◎ ②より

$$x^2+(x+1)^2=145$$
$$x^2+x^2+2x+1=145$$
$$2x^2+2x-144=0$$
$$x^2+x-72=0$$
$$(x+9)(x-8)=0$$
$$x=8,\ -9$$

◎ ①より　$x=-9$は不適。

$x=8$より　求める2つの整数は

8, 9 //

Point

「文字の条件チェック！」

条件によって、不適確認で答えが除かれる！

Point

1 左辺と右辺を別々に作る。

2 大小関係が不安な時は、「具体例」を作る。

7 ① ある正の数xに6を加えて2倍するところを、まちがえて② 6をひいて2乗したため、計算の結果が25小さくなった③。このとき、ある正の数xを求めなさい。

◎ ① 正しい計算 … $2(x+6)$

② 誤った計算 … $(x-6)^2$

◎ ③より　正 − 25 = 誤

よって
$$2(x+6)-25=(x-6)^2$$
$$2x+12-25=x^2-12x+36$$
$$x^2-14x+49=0$$
$$(x-7)^2=0$$
$$x=7$$
//

70 → 55

正　25小さい　誤

10 図のように、1から40までの自然数が並んでいる。nはこの図の□で示した部分にある自然数で、nの右隣の数とnのすぐ下の数との積が、nを24倍した数より60小さくなる。このとき、自然数nを求めなさい。

⓪ ① ② ③

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40

① より

nの右隣の数 … $n+1$
nのすぐ下の数 … $n+5$ なので

$(n+1)(n+5)$

② より

nを24倍した数 … $24n$

③ より $(n+1)(n+5) = 24n - 60$

$$n^2 + 6n + 5 - 24n + 60 = 0$$
$$n^2 - 18n + 65 = 0$$
$$(n-13)(n-5) = 0$$
$$n = 13, 5$$

⓪ より $n = 5$ は ▨ に含まれないので不適。

よって $n = 13$ //

「図ありの問題のコツ」

1 図は文字の情報

2 文章は式の情報

を表すことが多い！

学習単元

重要 問題のみ

3年生 3章 二次方程式

テスト対策 2

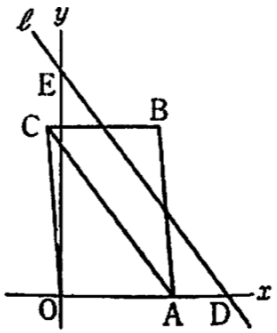
目標

1. 平面図形から式を作る流れを理解しよう！
2. 一次関数との融合問題のポイントをおさえよう！

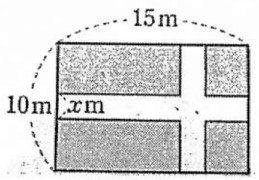
いい
◎ (19) $(x-1)^2=13$ と (4) $(x-1)^2=x+11$
それぞれを「最適な解き方」で解こう。

4 正方形の縦を4cm長くし、横を2倍にしたら、面積がもとの正方形より48cm²大きくなった。もとの正方形の1辺の長さを求めなさい。

3 右の図のような、4点O(0，0)、A(8，0)、B(7，12)、C(-1，12)を頂点とする平行四辺形がある。また、対角線ACと平行で切片が正の直線ℓがあり、この直線ℓとx軸、y軸との交点をそれぞれD、Eとする。平行四辺形OABCの面積と三角形ODEの面積が等しくなるとき、この直線ℓの式を求めなさい。



3 縦が10m、横が15mの長方形の土地がある。右の図のように、縦、横に同じ幅の道をつくり、残った土地を花だんとすると、花だんの面積は104m²になったとき、道の幅を求めなさい。



いい

(19) $(x-1)^2=13$ と (4) $(x-1)^2=x+11$

それぞれを「最適な解き方」で解こう。

(19) $(x-1)^2=13$

$x-1=\pm\sqrt{13}$

$x=1\pm\sqrt{13}$ //

(4) $(x-1)^2=x+11$

$x^2-2x+1=x+11$

$x^2-3x-10=0$

因数分解に気づくと

$(x-5)(x+2)=0$

$x=5,-2$ で速い！

$9+40=49$

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-10)}}{2\times1}$$

$$=\frac{3\pm7}{2}=-2,5$$ //

Point

$(\text{式})^2=$ 数 の問題は

式 $=\pm\sqrt{\text{数}}$ のように

「平方根」の考え方で

解くと、最速！

重要

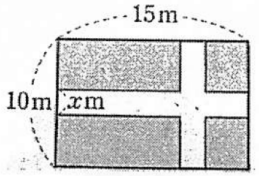
$(\text{式})^2=$ 文字(式) の形は、

$x-1=\pm\sqrt{x+11}$ となり、

$x=\boxed{\text{数}}$ にしたいという目的に

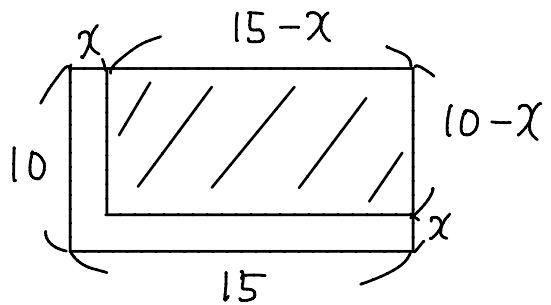
つながらないので 不可能！

3 縦が 10m、横が 15mの長方形の土地がある。右の図のように、縦、横に同じ幅の道をつくり、残った土地を花だんとすると、花だんの面積は $104m^2$ になったとき、道の幅を求めなさい。



Point

◎ 問題の図は「道はどこにあっても、花だんの面積は同じ」なので



の図で考えることができる。

◎ 問題文 —— より

$(10-x)(15-x) = 104$

$150 - 25x + x^2 = 104$

$x^2 - 25x + 46 = 0$

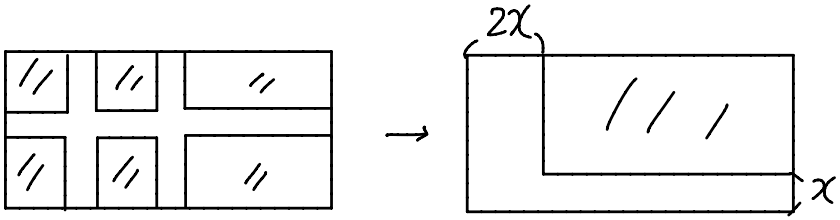
$(x-2)(x-23) = 0$

$x = 2, 23$

◎ 道の幅 x は 10m未満なので

$x = 23$ は不適。

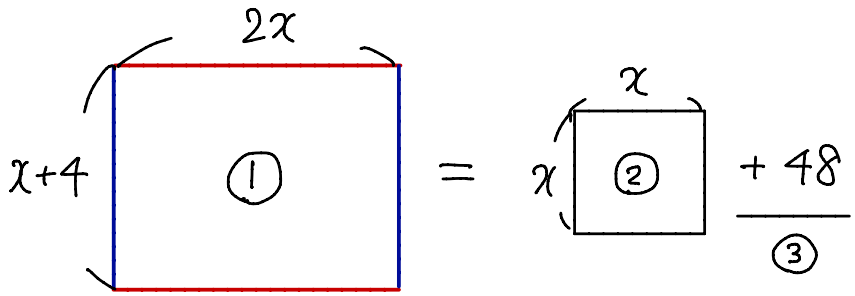
∴ 道の幅は 2m //



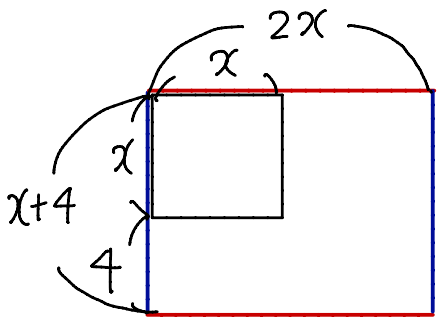
ここまでおさえておこう！

4 正方形の縦を4 cm長くし、横を2倍にしたら、面積がもとの正方形より48cm²大きくなった。もとの正方形の1辺の長さを求めなさい。 Goal

① ② ③



◎ 正方形の1辺の長さを x cm とすると



$$(x+4)\times 2x = x^2+48$$
$$2x^2+8x-x^2-48=0$$
$$x^2+8x-48=0$$
$$(x+12)(x-4)=0$$
$$x=-12,\ 4$$

1辺の長さは「正」なので -12 は不適。

よって 4cm //

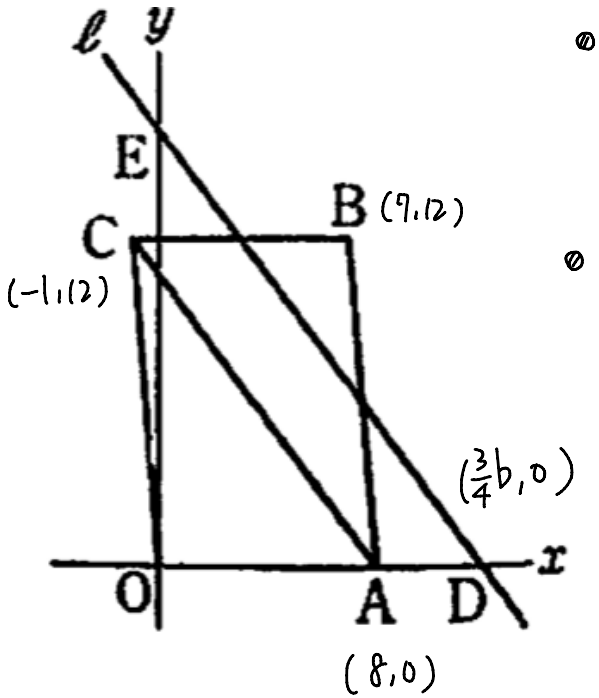
図が与えられていない問題は「自作」して正確に立式しよう!

3 右の図のような、4点O(0，0)、A(8，0)、B(7，12)、C(−1，12)を頂点とする平行四辺形がある。また、対角線ACと平行で切片が正の直線 ℓ があり、この直線 ℓ と x 軸、y 軸との交点をそれぞれD、Eとする。平行四辺形OABCの面積と三角形ODEの面積が等しくなるとき、この直線 ℓ の式を求めなさい。

①　②　③　Goal

方針

①，② から「 ℓ の傾き 」が求まり、
③ から「 ℓ の切片 」が求まる。



◎ ℓ の傾き ＝ 変化の割合 ＝ $\dfrac{0-12}{8-(-1)} = -\dfrac{4}{3}$
（ACの傾きと等しい）

よって ℓ : $y = -\dfrac{4}{3}x + b$ と表される。

◎ △ODEの面積を求めるために、
D, Eの座標を求める。

- Eは ℓ の切片なので $(0, b)$
- Dは $y=0$ のときの x の値なので
  $0 = -\dfrac{4}{3}x + b$ より $b = \dfrac{4}{3}x$, $x = \dfrac{3}{4}b$

よって △ODE ＝ OD × OE × $\dfrac{1}{2}$
＝ $\dfrac{3}{4}b \times b \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{8}b^2$

◎

▱OABC ＝ 8×12 ＝ 96 と、
△ODE ＝ $\dfrac{3}{8}b^2$ と ③ から

$\dfrac{3}{8}b^2 = 96$

$b^2 = 256$

$b = \pm 16$

b（切片）＞0 より $b = 16$

以上より

$y = \dfrac{4}{3}x + 16$ //

☑ 学習単元

重要 問題のみ

3年生 3章 二次方程式

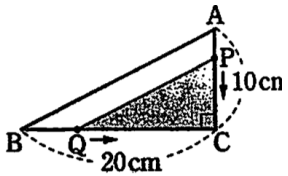
テスト対策 3

☑ 目標

1. 動点問題が解きやすくなるポイントをおさえよう！

2. ミスしやすい計算を正確に理解しよう！

1 右の図のような直角三角形ＡＢＣで、点ＰはＡを出発し、毎秒１cmの速さでＡＣ上をＣまで動く。また、点Ｑは、点ＰがＡを出発するのと同時にＢを出発し、毎秒２cmの速さでＢＣ上をＣまで動く。点Ｐ、Ｑが同時に出発してからχ秒後の△ＰＱＣについて、次の問いに答えなさい。

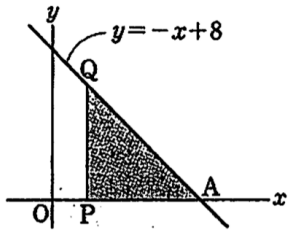


(1) ＰＣ、ＱＣの長さをそれぞれχを使って表しなさい。

(2) △ＰＱＣの面積をχを使って表しなさい。

(3) △ＰＱＣの面積が４９cm^2になるとき、点Ｐ、Ｑが同時に出発してから何秒後ですか。

2 右の図のように、直線$y=-x+8$とχ軸との交点をＡとする。線分ＯＡ上に点Ｐをとり、Ｐを通り、y軸に平行な直線と、直線$y=-x+8$との交点をＱとする。



点Ｐのχ座標をｔとして、次の問いに答えなさい。

(1) 点Ａの座標を求めなさい。

(2) 線分ＰＡ、ＱＰの長さをそれぞれｔを使って表しなさい。

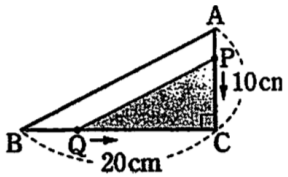
(3) △ＱＰＡの面積をｔを使って表しなさい。

(4) △ＱＰＡの面積が18になるとき、点Ｑの座標を求めなさい。

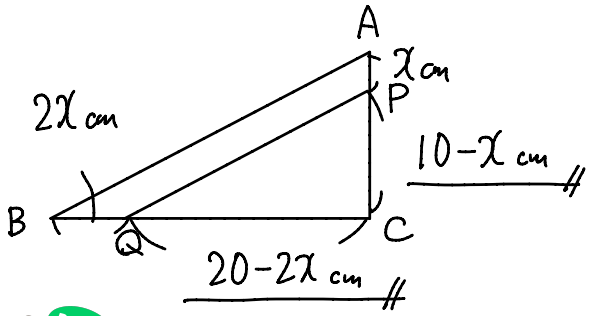
3 (1) $2x(x+3)=(x+3)^2$

(2) $16x^2-4+6x=(x+2)(x-2)$

1 右の図のような直角三角形ＡＢＣで、点ＰはＡを出発し、毎秒１cmの速さでＡＣ上をＣまで動く。また、点Ｑは、点ＰがＡを出発するのと同時にＢを出発し、毎秒２cmの速さでＢＣ上をＣまで動く。点Ｐ、Ｑが同時に出発してからχ秒後の△ＰＱＣについて、次の問いに答えなさい。



(1) ＰＣ、ＱＣの長さをそれぞれχを使って表しなさい。



Point

毎秒 1cm の χ秒後 ＝ 1×χ ＝ χ cm

2cm 〃 ＝ 2×χ ＝ 2χ cm

(2) △ＰＱＣの面積をχを使って表しなさい。

$\triangle PQC = QC \times PC \times \frac{1}{2}$

$= (20-2x)(10-x) \times \frac{1}{2}$

$= x^2 - 20x + 100$

Point

文字式で表すと、式が作りやすい！

(3) △ＰＱＣの面積が４９cm²になるとき、点Ｐ、Ｑが同時に出発してから何秒後ですか。

$x^2 - 20x + 100 = 49$ となるときの χの値は？ という問題。

$x^2 - 20x + 51 = 0$

$(x-17)(x-3) = 0$

$x = 17, 3$

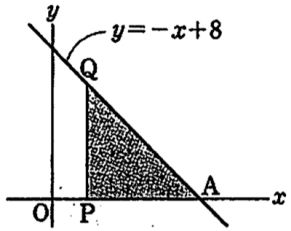
AC = 10cm なので $x < 10$

よって $x = 3$ 　3秒後

Point

問題文は素直に式にすることができ、「式の値」として解くことができる！

2 右の図のように、直線 $y=-x+8$ と x 軸との交点をAとする。線分OA上に点Pをとり、Pを通り、y 軸に平行な直線と、直線 $y=-x+8$ との交点をQとする。
点Pの x 座標を t として、次の問いに答えなさい。



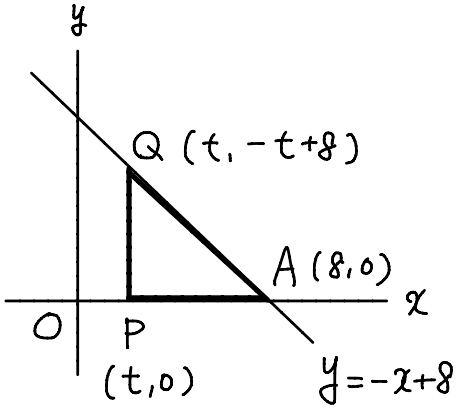
(1) 点Aの座標を求めなさい。

A は $y=-x+8$ と x 軸の交点。
x 軸は $y=0$ のことなので代入し、
$0=-x+8$ より $x=8$ $A(8,0)$ //

(2) 線分PA、QPの長さをそれぞれ t を使って表しなさい。

$P(t,0)$ なので $x=t$ を $y=-x+8$ に代入して $Q(t,-t+8)$

$PA=8-t$, $QP=-t+8$ //



(3) △QPAの面積を t を使って表しなさい。

$\triangle QPA = PA \times QP \times \frac{1}{2}$
$= (8-t)(-t+8) \times \frac{1}{2}$
$= \frac{1}{2}t^2-8t+32$ //

Point
線分の長さは、
「座標の大ー小」
で求められる！

(4) △QPAの面積が18になるとき、点Qの座標を求めなさい。

◎ $\frac{1}{2}t^2-8t+32=18$
$t^2-16t+64=36$
$t^2-16t+28=0$
$(t-14)(t-2)=0$
$t=14, 2$

Pは OA上の点なので
$0<t<8$ である $t=2$
が適する。

◎ $t=2$ のとき
$Q(t,-t+8)$ に代入。
$Q(2,-2+8)$
$Q(2,6)$ //

3 (1) $2x(x+3)=(x+3)^2$

$$2x^2+6x = x^2+6x+9$$
$$x^2-9=0$$
$$(x+3)(x-3)=0$$
$$x=-3,\ 3$$

重要

両辺に「同じ式」がある問題

$$2x(x+3) = (x+3)^2$$

両辺に共通している $x+3$ で割ると、 $2x = x+3$

$$x = 3$$

原因 $\dfrac{2x(x+3)}{x+3} = \dfrac{(x+3)^2}{x+3}$

$x=-3$ のとき、
0で割ることになってしまう。
0で割ってはいけない。

(2) $16x^2-4+6x=(x+2)(x-2)$

$$16x^2-4+6x = x^2-4$$
$$15x^2+6x=0$$
$$x^2+\frac{6}{15}x=0$$
$$x^2+\frac{2}{5}x=0$$
$$x\left(x+\frac{2}{5}\right)=0$$
$$x=0,\ -\frac{2}{5}$$

重要

$x(x-\alpha)=0$ の形の計算

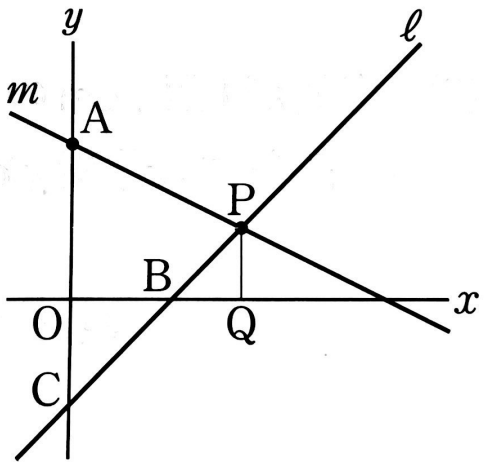
$(x-0)(x-\alpha)=0$ と考えれば

$$x=0,\ \alpha$$

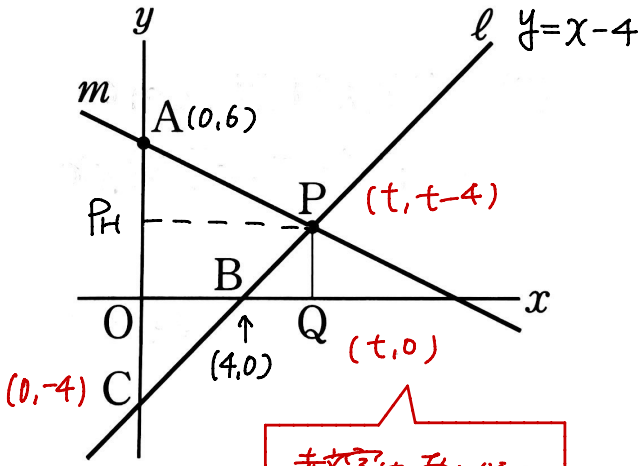
よくあるミス

$x=0$ を忘れやすい!

1 右の図で，点Aの座標は（0，6），直線ℓは一次関数$y=x-4$のグラフである。点Bは直線ℓ上にあり，座標は(4，0)である。
直線ℓ上にある点をPとし，2点A，Pを通る直線をmとする。また，点Pのx座標が4より大きい数であるとき，直線ℓとy軸との交点をCとし，点Pを通りy軸に平行な直線とx軸との交点をQとする。
△ACPの面積が△BQPの面積の5倍になるとき，線分PQの長さは何cmですか。
ただし，座標軸の1目もりを1cmとする。



1 右の図で，点Aの座標は（0，6），直線ℓは一次関数$y=x-4$のグラフである。点Bは直線ℓ上にあり，座標は(4，0)である。
直線ℓ上にある点をPとし，2点A，Pを通る直線をmとする。また，点Pのx座標が4より大きい数であるとき，直線ℓとy軸との交点をCとし，点Pを通りy軸に平行な直線とx軸との交点をQとする。
△ACPの面積が△BQPの面積の5倍になるとき，線分PQの長さは何cmですか。
ただし，座標軸の1目もりを1cmとする。



赤文字はあとから決まったもの

◎ Pのx座標をtとおくと，
ℓ上の点より，P(t, t−4)
QはPQ∥y軸より Q(t, 0)

◎ △ACP = AC × PPH × $\frac{1}{2}$
= 10 × t × $\frac{1}{2}$
= 5t

△BQP = BQ × PQ × $\frac{1}{2}$
= (t−4)(t−4) × $\frac{1}{2}$

◎ □ より $5t = 5\left(\frac{1}{2}(t-4)^2\right)$
$t^2-10t+16=0$
$(t-2)(t-8)=0$
—— より $t>4$ なので $t=8$

◎ PQの長さはPのy座標なので
8−4 4 cm //

Point

長い問題文の多くは、「初期情報」の整理に不可欠！

重要

Goal □ の式を作ることが最初の目標！
※ 基本はx座標をtとおく。

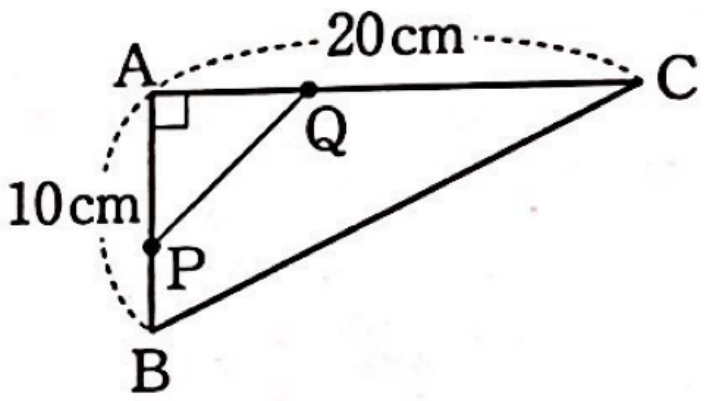
xとおくとまぎらわしくなる…。
Pでもよい。

2 右の図のような直角三角形 ABCがある。2点P，Qは，それぞれ辺AB，AC上を次のように動くものとする。

・点Pは，Aを出発し，毎秒2cmの速さでBに向かって動き，Bに到着するとすぐに折り返し，毎秒2cmの速さでAに向かって動いて，Aで止まる。

・点Qは，点Pと同時にAを出発し，毎秒2cmの速さでCに向かって動いて，Cで止まる。

点PがBで折り返したあと，△PBQの面積が△ABCの面積の半分となるのは，点PがAを出発してから何秒後ですか。

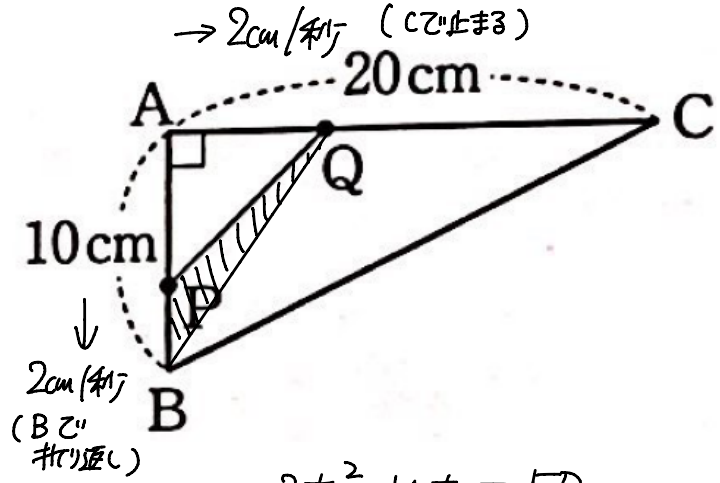


2 右の図のような直角三角形 ABCがある。2点P，Qは，それぞれ辺AB，AC上を次のように動くものとする。

・点Pは，Aを出発し，毎秒2cmの速さでBに向かって動き，Bに到着するとすぐに折り返し，毎秒2cmの速さでAに向かって動いて，Aで止まる。

・点Qは，点Pと同時にAを出発し，毎秒2cmの速さでCに向かって動いて，Cで止まる。

点PがBで折り返したあと，△PBQの面積が△ABCの面積の半分となるのは，点PがAを出発してから何秒後ですか。



◎ PがAを出発してから t秒後とする。

◎ $\triangle PBQ = PB \times AQ \times \frac{1}{2}$
$= (2t-10) \times 2t \times \frac{1}{2}$
$= 2t^2 - 10t$

◎ $\triangle ABC$ の半分 $= (AB \times AC \times \frac{1}{2}) \times \frac{1}{2}$
$= (10 \times 20 \times \frac{1}{2}) \times \frac{1}{2} = 50$

$2t^2 - 10t = 50$

$t^2 - 5t - 25 = 0$

$t = \frac{5 \pm 5\sqrt{5}}{2}$

$5 < t \leqq 10$ より

$\frac{5+5\sqrt{5}}{2}$ 秒後 //

重要

PB = t秒で進んだ長さ − AB
= $2t - 10$